Modelleme, gerçek yaşamda karşılaşılan bir problemin matematiksel olarak ifade edilmesidir.

Model Kurma (Modelleme) Örnekleri

Örnek 1. (https://www.youtube.com/watch?v=q7JTh2eOYlo)

Bir nehrin kenarında, dikdörtgen şeklinde bir alanı tel ile çevirerek kendimize bir bahçe yapmak istiyoruz. Elimizde 200 metre tel olsun. Nehir tarafına tel çekmeksizin en büyük alanlı bahçeyi kaç metre kare olarak elde edebiliriz?

Örnek 2. (https://www.youtube.com/watch?v=3ItuAbdU--4)

Boş bir arazinin 3000 metrekarelik kısmı dikdörtgen biçiminde ayrılıp kenarları tel ile çevrilerek bahçe yapılmak isteniyor. Bu bahçenin üç kenarında metresi 3 pb., 1 kenarında metresi 1 pb. olan tel kullanılacaktır. Maliyetin en ucuza gelmesi için bahçenin kenar uzunlukları ne olmalıdır?

Örnek 3. (https://www.youtube.com/watch?v=VrWKa_AZlxc)

Denizde bir noktada doğalgaz bulduğumuzu kabul edelim. Bu doğalgazı, boru ile karaya taşıyıp bir noktada depolamak istiyoruz. Boruyu denizin altından döşersek maliyet 80 pb/m, karadan döşersek maliyet 40 pb/m olmaktadır. Doğalgaz bulunan noktadan karaya olan en yakın mesafe 50 metredir. Buradan, depolama noktasına olan uzaklık ise 100 metredir. En az maliyetle doğalgaz bulunan noktadan depolama noktasına nasıl boru döşemeliyiz?

Örnek 4. Bir marangoz işletmesinde masa ve sandalye üretmektedir. Bir adet masa yapımı için 30 metre tahtaya ve 5 saat işgücüne gerek vardır. Bir sandalye yapımı için de 20 metre tahta ile 10 saat işgücü kullanılmaktadır. İşletmenin elinde 300 metre tahta ile 110 saat işgücü vardır. Bir masanın ve bir sandalyenin satışından elde edilecek karlar ise sırasıyla 6 pb ve 8 pb dir. Marangozun amacı satış karını maksimum kılmaktır. Buna göre marangoz ne kadar masa ve sandalye üretmelidir?

Karar değişkenleri:

x_1 : Üretilmesi gereken masa miktarı

x_2 : Üretilmesi gereken sandalye miktarı

olarak tanımlandıktan sonra model,

$$Maksimum\ Z :\ 6\,x_1 + 8\,x_2$$

$Kısıtlayıcılar$:

$$30x_1 + 20x_2 \leq 300$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 110$$

$$x_1\,, x_2 \geq 0$$

biçiminde elde edilir.

Örnek 5. Bir çiftçinin buğday, mısır ve arpa ekimi için 300 hektarlık arazisi vardır. Çiftçi hektar başına buğdaydan 150 pb, mısırdan 220 pb ve arpadan da 180 pb kar beklemektedir. İşgücü yönünden durum ele alındığında çiftçi buğday için 150 hektardan daha fazla, arpa ekimi için de 120 hektardan daha fazla yer ayırmamalıdır. Verimlilik yönünden ise buğday için en az 80 hektar yer ayırmalı, mısır ekimi için ise toplam arazinin %30'dan fazlasını ayırmamalıdır. Çiftçi karını en büyük yapmak istediğine göre hangi ürüne ne miktarda yer ayırmalıdır?(Öztürk, A., 2011).

Karar değişkenleri:

x_1 : Buğday ekmek için ayrılacak arazi miktarı

x_2 : Mısır ekmek için ayrılacak arazi miktarı

x_3 : Arpa ekmek için ayrılacak arazi miktarı

olarak tanımlanabilir.

$$Maksimum\ Z :\ 150\,x_1 + 220\,x_2 + 180\,x_3$$

Kısıtlayıcılar:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 300$$

$$x_1 \leq 150$$

$$x_3 \leq 120$$

$$x_1 \geq 80$$

$$x_2 \leq 90$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

olur.

Kurduğumuz modeli çözüp yorumlamamız gerekir. Bunlar daha sonra anlatılacaktır.

OPTİMİZASYON

Optimizasyon, verilen şartlar altında en iyi sonucun elde edilmesi işidir. Optimizasyon alanındaki en önemli gelişmeler 18.yy'da Newton ve Lagrange tarafından yapılmıştır.

Bir sistemin planlanmasında hedef, istenen karı maksimize yada gerekli çabayı minimize etmektir. İstenen kar veya gerekli çaba, karar değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilir. Optimizasyon sürecinde bu fonksiyonun minimum veya maksimum değerini oluşturan şartlar bulunur.

Optimizasyon problemlerinin sınıflandırılması:

$f(x)$ amaç fonksiyonunun gerçekleşebilmesi ile ilgili herhangi bir sınırlama yoksa **kısıtsız optimizasyon**, amaç fonksiyonunun gerçekleşebilmesi ile ilgili sınırlamalar(kısıtlar) varsa **kısıtlı optimizasyon problemleri** olarak adlandırılır.

Diğer bir sınıflandırma ise amaç fonksiyonunun ve sınırlamalar ile ilgili fonksiyonların doğrusal olup olmamasına bağlıdır.

Doğrusal(lineer) amaç fonksiyonu ve sınırlama fonksiyonları var ise **doğrusal programlama problemi**, doğrusal olmayan fonksiyonlar söz konusu ise **doğrusal olmayan programlama problemi** olarak adlandırılır.

Kısıtlı bir optimizasyon probleminin; amaç fonksiyonu, bilinmeyenler(değişkenler) ve kısıtlayıcılar olmak üzere 3 temel bileşeni vardır.

a-) Amaç fonksiyonu

Maksimum yada minimum yapılmak istenen fonksiyon olarak tanımlanır. Örneğin, bir imalat yada üretim işleminde kar maksimum yada maliyet minimum yapılmak istenebilir. Deneysel verilerin bilinen bir modele uydurulması probleminde gözlenen veri ile tahmin edilen değer arasındaki sapma minimum yapılmak istenebilir.

Hemen hemen her optimizasyon probleminin bir amaç fonksiyonu vardır. Hatta bazen birden fazla amaç fonksiyonunun olduğu optimizasyon problemleri de bulunmaktadır. Örneğin oto kapı aynası tasarım probleminde oto kapı aynasının hem dayanıklılığı maksimum, hem de aynanın ağırlığı minimum yapılabilir.

b-) Bilinmeyenler yada değişkenler

Optimizasyon problemini formüle ederken kullandığımız sembollerdir. Bunlar optimizasyon problemlerinin temel bileşenleridir, değişkenler olmaksızın amaç fonksiyon ve kısıtlayıcılar oluşturulamaz.

c-) Kısıtlayıcılar

Bilinmeyenlerin yada değişkenlerin, belirli değerleri almasını ve belirli değerleri de almamasını belirten durumlardır.

Hem kısıtlayıcıların olduğu hem de olmadığı optimizasyon problemleri vardır. Bunlarla ilgili geniş kısıtsız optimizasyon ve kısıtlı optimizasyon alanları bulunmaktadır.

Klasik optimizasyon yöntemleri sürekli ve türevlenebilir fonksiyonların en iyilenmesinde kullanılır. Bu yöntemler analitiktir ve en iyi noktaların bulunmasında türev hesaplamalarına ilişkin teknikleri kullanır. Bazı pratik(güncel) problemlerin amaç fonksiyonları sürekli ve türevlenebilir olamayacağından klasik optimizasyon yöntemleri gerçek hayat uygulamalarında sınırlı şekilde kullanılabilir. Ama bu teknikler, sayısal tekniklerin geliştirilmesi için bir temel teşkil ederler.